



**FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING
AND INFORMATION SCIENCE**



**INFORMATION TECHNOLOGY AND
ELECTRICAL ENGINEERING -
DEVICES AND SYSTEMS,
MATERIALS AND TECHNOLOGIES
FOR THE FUTURE**

Startseite / Index:

<http://www.db-thueringen.de/servlets/DocumentServlet?id=12391>

Impressum

Herausgeber: Der Rektor der Technischen Universität Ilmenau
Univ.-Prof. Dr. rer. nat. habil. Peter Scharff

Redaktion: Referat Marketing und Studentische
Angelegenheiten
Andrea Schneider

Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
Susanne Jakob
Dipl.-Ing. Helge Drumm

Redaktionsschluss: 07. Juli 2006

Technische Realisierung (CD-Rom-Ausgabe):
Institut für Medientechnik an der TU Ilmenau
Dipl.-Ing. Christian Weigel
Dipl.-Ing. Marco Albrecht
Dipl.-Ing. Helge Drumm

Technische Realisierung (Online-Ausgabe):
Universitätsbibliothek Ilmenau
[ilmedia](#)
Postfach 10 05 65
98684 Ilmenau

Verlag:  Verlag ISLE, Betriebsstätte des ISLE e.V.
Werner-von-Siemens-Str. 16
98693 Ilmenau

© Technische Universität Ilmenau (Thür.) 2006

Diese Publikationen und alle in ihr enthaltenen Beiträge und Abbildungen sind urheberrechtlich geschützt. Mit Ausnahme der gesetzlich zugelassenen Fälle ist eine Verwertung ohne Einwilligung der Redaktion strafbar.

ISBN (Druckausgabe): 3-938843-15-2
ISBN (CD-Rom-Ausgabe): 3-938843-16-0

Startseite / Index:
<http://www.db-thueringen.de/servlets/DocumentServlet?id=12391>

A.N.Tkachev, S.F.Safarov

Simulation der Hysterese bei der planaren quasistatischen Ummagnetisierung des isotropen Stahls

Applied Electromagnetics and Circuit Theory

Es findet eine planare Ummagnetisierung des isotropen Leiterstahls statt, falls die transiente und verformende Feldstärke \overline{H} und Flussdichte \overline{B} des magnetischen Feldes in gleiche Stahlfläche liegen bleiben.

Simulationsproblem der Hysterese bei der planaren quasistatischen Ummagnetisierung des isotropen Stahls reduziert sich auf Konstruktion eines Materialoperators, der die Feldstärke \overline{H} und die Flussdichte \overline{B} vergleicht, bei einer genügend langsamen Freiänderung, z.B. zeitlich der Flussdichte \overline{B} . Die Wirbelströme und die magnetische Zähigkeit, die für dynamische Ummagnetisierung des ferromagnetischen Werkstoffs bezeichnend sind, lassen sich unter diesen Ummagnetisierungsbedingungen vernachlässigen. Nur die Eigenschaften des ferromagnetischen Werkstoffs sollen berücksichtigt werden, die mit seiner Innenstruktur verbunden sind (Hysterese und Nichtlinearität).

Es ist bekannt, dass eine Hysterese sich beobachten lässt, falls die Flussdichtekennlinie im Kreis $|\overline{B}(t)| < B_s$ liegt und die entsprechende Feldstärkekennlinie im Kreis $|\overline{H}(t)| < H_s$ liegt, wobei (B_s, H_s) ein Eckpunkt der Grenzkurve. Entsprechende relative Größe sind $\overline{b} = \overline{B} / B_s$; $\overline{h} = \overline{H} / H_s$. Bei aufgegebene Änderung des Variables $\overline{b} = \overline{b}(t)$, entsprechende Werte des Variablen $\overline{h} = \overline{h}(t)$ erhält man als:

$$\overline{h} = \overline{h}(\overline{b}) = \overline{f}(\overline{b}) + \overline{g}(\overline{b}_0, \overline{h}_0, \overline{b}, \Gamma). \quad (1)$$

Der erste Term von (1), der eine eindeutige Funktion $\overline{f}(\overline{b})$ ist, wird für die Beschreibung der nichtlinearen Eigenschaften des Stahls eingesetzt werden. Der zweite Term von (1), der von dem Anfangszustand $(\overline{b}_0, \overline{h}_0)$ des ferromagnetischen Werkstoffs, dem aktuellen Wert und von der Kennlinie Γ des Vektors $\overline{b}(t)$, an der

der Übergang auf der \bar{b} -Ebene von Punkt \bar{b}_0 zur Punkt \bar{b} erfolgt, abhängt, führt die Simulation des Vektorhysterese aus.

Bei der Modellierung der Verzögerung, die bei kleiner Änderung durch irreversible Vorgänge im ferromagnetischen Werkstoff von dem Wert $\bar{b} = \bar{b}(t)$ zum Wert $\bar{b} + \Delta\bar{b} = \bar{b}(t + \Delta t)$ längs der Kennlinie Γ des Vektors \bar{b} eingehalten wird, erhält man Term \bar{g} von (1) als eine Lösung der Differentialgleichung:

$$\frac{d\bar{g}}{d\tau} = \bar{F}(\bar{b}, \bar{g}), \quad (2)$$

mit $\bar{\tau}$ - der tangential Vektor zur Kennlinie Γ , und die Ableitung links in (2) ist eine Ableitung des Vektors \bar{g} in der Richtung $\bar{\tau}$.

In der Annahme, dass das Modell eindeutig ist, wird betrachtet, dass die Ummagnetisierung des Stoffs mit seinem Anfangszustand (\bar{b}_0, \bar{h}_0) vollständig festgestellt ist und vom Erreichen dieses Zustands nicht abhängt. Bei dieser Annahme beschreibt die Gleichung (2) eindeutig die Hystereseschleife $\bar{g} = \bar{g}(\bar{b}_0, \bar{h}_0, \bar{b}, \Gamma)$ eines weichmagnetischen Werkstoffs, bei dem aufgegebenen Wert von \bar{g} im Punkt \bar{b}_0 : $\bar{g}_0 = \bar{g}(\bar{b}_0) = \bar{h}_0 - \bar{f}(\bar{b}_0)$.

$\bar{f}(\bar{b})$, $\bar{F}(\bar{b}, \bar{g})$ sind Parameter des Modells und sollen für jede Stahlmarke festgestellt. Wir stellen ihre allgemeinen Eigenschaften fest. Im Sonderfall, gehabt bei der schwachen Hysterese, wenn $|\bar{g}| \ll |\bar{f}(\bar{b})|$, es gibt eine folgende Darstellung des $\bar{f}(\bar{b})$ für isotropen Stahl:

$$\bar{f}(\bar{b}) = f(b) \bar{b}_0, \quad (3)$$

wobei $\bar{b}^0 = \bar{b}/b$ - Einheitsvektor; $b = |\bar{b}|$.

Der erste Term von (1) leistet einen Nullbeitrag in Verluste bei der Ummagnetisierung für jeden geschlossenen Kreislauf Γ . Tatsächlich, werden die Verluste nach Formel berechnet:

$$p = \oint_{\Gamma} \bar{h} d\bar{b} = \oint_{\Gamma} \bar{f}(\bar{b}) d\bar{b} + \oint_{\Gamma} \bar{g} d\bar{b},$$

es gilt für ersten Term mit dem Einsatz des Stocks-Formel auf \bar{b} -Ebene:

$$\oint_{\Gamma} \bar{f}(\bar{b}) d\bar{b} = \iint_{\Omega} \text{rot } \bar{f}(\bar{b}) d\Omega = 0,$$

hier Ω - die Fläche, begrenzte von dem Weg Γ .

Die letzte Gleichung erhält man als ein Ergebnis der direkten Berechnung von partiellen Ableitungen. Für die Funktion von (2) in Form:

$$\bar{f}(\bar{b}) = f_x(\bar{b})\bar{e}_x + f_y(\bar{b})\bar{e}_y; \quad f_x(\bar{b}) = f(b)b_x/b; \quad f_y(\bar{b}) = f(b)b_y/b,$$

erhält man:

$$\frac{\partial f_x}{\partial b_y} = \frac{b_x b_y (f'(b) - f(b))}{b^3} = \frac{\partial f_y}{\partial b_x}; \quad \left| \text{rot } \bar{f}(\bar{b}) \right| = \left| \frac{\partial f_x}{\partial b_y} - \frac{\partial f_y}{\partial b_x} \right| = 0.$$

Die Gleichung (2) soll in der isotropen Medium bei der parallelen Rotation der Koordinatenachsen und Kennlinie Γ mit einem variablen Drehwinkel nicht verändert. Es wird eine Verhältnis aufgeführt, die eine Invarianz der Gleichung (2) bezüglich Rotationstransformation mit eine folgende Matrix sichert:

$$\Pi = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Es wird neue Variablen eingeführt: $\bar{g}' = \Pi \bar{g}$; $\bar{b}' = \Pi \bar{b}$. Unter Berücksichtigung, dass Matrix (4) orthogonal ist, ergibt sich:

$$\bar{g} = \Pi^T \bar{g}'; \quad \bar{b} = \Pi^T \bar{b}', \quad (5)$$

hier T – bezeichnet eine Transponierung.

Werden die Variablen (5) in die Gleichung (2) eingestellt, erfolgt:

$$\frac{d \bar{g}'}{d \tau} = \Pi \bar{F}(\Pi^T \bar{b}'; \Pi^T \bar{g}').$$

Davon erhält man eine folgende Invariante von der Gleichung (2):

$$\Pi \bar{F}(\Pi^T \bar{b}; \Pi^T \bar{g}) = \bar{F}(\bar{b}, \bar{g}). \quad (6)$$

Konkretisieren die Form der Funktion $\bar{F}(\bar{b}, \bar{g})$. Die Hysterese prägt sich aufgefalten bei schwachen Feldern aus, wenn $|\bar{H}(t)| \ll H_s$. Mit dem Aufbau von $|\bar{H}|$ bis zum Wert von H_s verschwindet die Hysterese praktisch und der erste Term von (1) leistet Hauptbeitrag. Bei $|\bar{H}(t)| \ll H_s$, wenn die Hysterese berücksichtigt werden soll, Wert von $|\bar{g}|$ ist klein, und deswegen $\bar{F}(\bar{b}, \bar{g})$ lässt sich eine Reihe entwickeln, beschränkt sich auf lineare Term bezüglich \bar{g} :

$$\bar{F}(\bar{b}, \bar{g}) = -\Lambda(b)\bar{g} + \bar{\eta}(\bar{b}), \quad (7)$$

mit Λ - Quadratmatrix 2x2.

Mit einem Einsatz von (6) für die Funktion (7), ergibt sich:

$$\Pi \Lambda(b) \Pi^T = \Lambda(b), \quad (8)$$

$$\Pi \bar{\eta}(\Pi^T \bar{b}) = \bar{\eta}(\bar{b}). \quad (9)$$

Die Bedingung (7) wird erfüllt mit:

$$\bar{\eta}(\Pi^T \bar{b}) = \Pi^T \bar{\eta}(\bar{b}).$$

Es folgt damit unter anderem, dass bei der Rotationsummagnetisierung des ferromagnetischen Werkstoffs auf \bar{b} -Ebene, wenn \bar{b} -Kennlinie eine Kreislinie ist, $|\bar{\eta}(\bar{b})|$ einen Festwert erhält, und die Richtung des Vektors $\bar{\eta}(\bar{b})$ sich gleichlaufend mit der Richtung des Vektors \bar{b} ändert. Die Funktion $\bar{\eta}(\bar{b})$ lässt sich folgendes dargestellt werden:

$$\bar{\eta}(\bar{b}) = \eta(b) \bar{\eta}^0(\bar{b}),$$

mit $\bar{\eta}^0$ - Einheitsrichtungsvektor, damit: $\bar{\eta}^0(\Pi^T \bar{b}) = \Pi^T \bar{\eta}^0(\bar{b})$.

Bestimmen die Eigenschaften für Matrix $\Lambda(b)$. Werden beide Seite von (8) transponiert, ergibt sich:

$$\Pi \Lambda^T(b) \Pi^T = \Lambda^T(b). \quad (10)$$

Beim Vergleich von (8) und (10) wird gezeigt, dass die Matrizen $\Lambda(b)$ und $\Lambda^T(b)$ sind die Lösungen von derselben Gleichung. Deswegen gilt es natürlich $\Lambda = \Lambda^T$, in der Annahme, dass $\Lambda(b)$ eine symmetrische Matrix ist. Betrachten die Gleichung (6) in speziellem Fall des Rotationsoperators mit einem Drehwinkel $\alpha = \pi/2$. Die erweiterte Form von (6):

$$\Pi \Lambda(b) \Pi^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11}(b) & \lambda_{12}(b) \\ \lambda_{21}(b) & \lambda_{22}(b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{22}(b) & -\lambda_{21}(b) \\ \lambda_{12}(b) & \lambda_{11}(b) \end{pmatrix} = \Lambda(b).$$

Es gilt dann: $\lambda_{11}(b) = \lambda_{22}(b) = \lambda(b)$; $\lambda_{12}(b) = -\lambda_{21}(b)$. Unter Berücksichtigung der Symmetriebedingung, $\lambda_{12}(b) = \lambda_{21}(b)$ für die Matrix $\Lambda(b)$, erhält man $\lambda_{12}(b) = \lambda_{21}(b) \equiv 0$, nämlich die Matrix $\Lambda(b)$ lässt sich dargestellt werden als: $\Lambda(b) = \lambda(b) E$, mit E - Einheitsmatrix. Für die Bestimmung der Modellparameter $\lambda(b)$, $\bar{\eta}(\bar{b})$ wird einen speziellen Fall mit einseitiger Ummagnetisierung betrachtet, in dem der Vektor $\bar{b}(t)$ längs Festlinie, die über den Koordinatenanfangspunkt verläuft, über \bar{b} -Ebene gleitet. Wir machen eine vereinfachende Annahme, dass das Modell die planare Ummagnetisierungskennlinie mit der annehmbaren Genauigkeit auch beschreibt, falls unbekannte Parameter des Modells - eine Funktion – eine Konstant ist. Man schreibt die Gleichung (7) in lokalem Koordinatensystem auf, das mit der

Magnetisierungsachse fluchtet. Die Einheitsvektoren fluchten mit einem Tangential- $\bar{\tau}$ und Normalvektor \bar{n} zur Kennlinie \bar{b} . Dann wird das Gleichungssystem erhalten:

$$\begin{aligned}\frac{d g_{\tau}}{d \tau} &= -\lambda g_{\tau} + \eta(b) \eta_{\tau}^0, \\ \frac{d g_n}{d \tau} &= -\lambda g_n + \eta(b) \eta_n^0.\end{aligned}\quad (11)$$

mit $\eta_{\tau}^0 = (\bar{\eta}^0, \bar{\tau})$; $\eta_n^0 = (\bar{\eta}^0, \bar{n})$.

Die Feldquerkomponente $h_n(\bar{b})$ verschwindet bei der mehrfachen Ummagnetisierung des ferromagnetischen Werkstoffs längs bestimmter Achse. Dann ergibt sich unter Annahme von Gleichungen (1) und (3): $g_n(\bar{b}) = 0$. Es gilt, falls $\eta_n^0 = 0$. In dieser Annahme, schreibt man das System (11) in der Form:

$$\frac{d \bar{g}}{d \tau} = -\lambda \bar{g} + \eta(b) \bar{\tau}. \quad (12)$$

Die Gleichung (12) wird in dem globalen Koordinatensystem betrachtet, damit x-Achse mit der Achse von einseitiger Ummagnetisierung fluchtet. Es wird eine folgende Gleichung für die Aufmagnetisierungskurve $g^+(b)$, mit $\bar{\tau} = \bar{e}_x$ und für die Entmagnetisierungskurve $g^-(b)$, mit $\bar{\tau} = -\bar{e}_x$:

$$\begin{aligned}\frac{d g^+}{d b} &= -\lambda g^+ + \eta(b); \\ \frac{d g^-}{d b} &= \lambda g^- + \eta(b).\end{aligned}\quad (13)$$

Gleichungen (13) und Gleichungen für einseitige Ummagnetisierung [1] übereinstimmen. In [1] wurden auch Algorithmen für die Ermittlung der unbekannten Modellparameter $f(b)$; λ ; $\eta(b)$ angeführt. Folgende Verhältnisse gelten:

$$\begin{aligned}f(b) &= h_m(b) - g_m(b); \\ g_m(b) &= \frac{1}{4} p'(b) \operatorname{cth} \lambda b; \\ \eta(b) &= \frac{1}{4} \lambda p'(b) + g'_m(b),\end{aligned}\quad (14)$$

wobei: $h_m(b)$ - Kommutierungskurve; $p(b)$ - Relation der Verluste bei der einseitigen Ummagnetisierung von Höchstflussdichte, und Parameter λ erhält man beim Einsatz des Sonderverfahrens [1]. Um die Modellparameter zu bringen, sollen folgende Versuchsdaten vorhanden sein: eine Verlustkurve bei der einseitigen

Ummagnetisierung von Flussdichtemodul, eine Kommutierungskurve und eine Grundkurve.

Erfüllt sich die Ummagnetisierung vom Anfangszustand (\bar{b}_0, \bar{h}_0) längs Kennlinie Γ , wobei $\bar{g}_0 = \bar{h}_0 - \bar{f}(\bar{b}_0)$, gilt es die Hautlösung der Gleichung (12):

$$\bar{g}(\bar{b}) = \bar{g}_0 e^{-\lambda \gamma} + \int_{\Gamma} \bar{\tau}(\bar{s}) \eta(s) e^{-\lambda(\gamma-s)} ds, \quad (15)$$

wobei γ - Weglänge von Γ .

Ist $\bar{b}(t)$ -Kennlinie eine Kreislinie, dann die Berechnung der Verluste für die Rotationsummagnetisierung führt zum folgenden Ergebnis:

$$p(b) = \frac{2\pi \lambda b^3 \eta(b)}{1 + b^2 \lambda^2},$$

das qualitativ genau die bekannte Versuchskurve beschreibt.

Eine Versuchsreihe wurde mit entwickelte hier Modell durchgeführt, die die ausreichende Übereinstimmung der Simulationsergebnissen und Versuchsdaten vorgeführt hat. Zudem, mit Hilfe dieses Modells werden die Ummagnetisierungsverhalten untersucht, die experimentell schwer zu erhalten. In Abb. 1-2 werden die erhaltene als Ergebnisse der Simulation Kennlinien dargestellt.

Das entwickelte hier Modell lässt sich ziemlich einfach mit Maxwell Gleichungen zusammengefasst werden, relativ einfach numerisch zu realisieren, d.h. lässt sich bei der Berechnung des Feldes unter Berücksichtigung der Hysterese verwendet sein.

References:

1. A.N.Tkachev, S.F.Safarov Simulation der statischen Hysterese in dem einseitigen magnetischen Feld // Izvestia wuzow. Elektomechanik. 1997. №4-5. C.3-10.

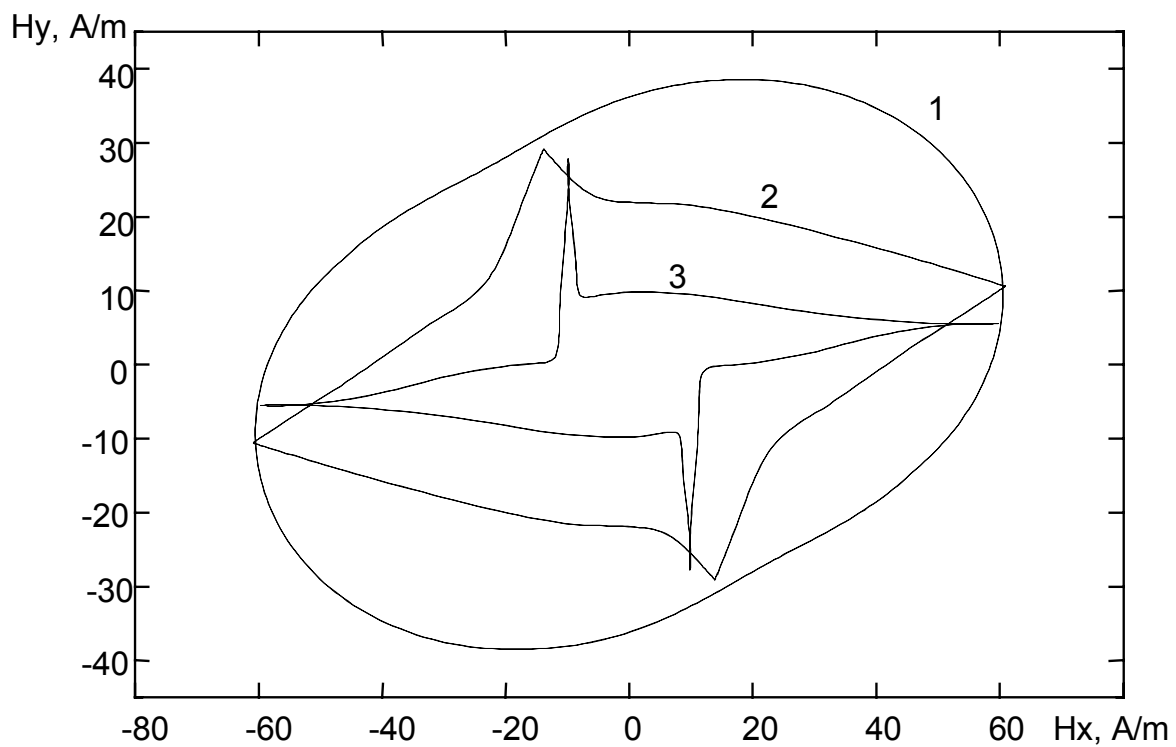


Abb. 1 – Die Flussdichtekennlinie in einem ungesättigten Verhalten der Stahlmagnetisierung, als Ellipsekurve (1), Rhombuskurve (2) und Sternkurve ($B_{mx} = 0,5$ Tesla; $B_{my} = 0,3$ Tesla).

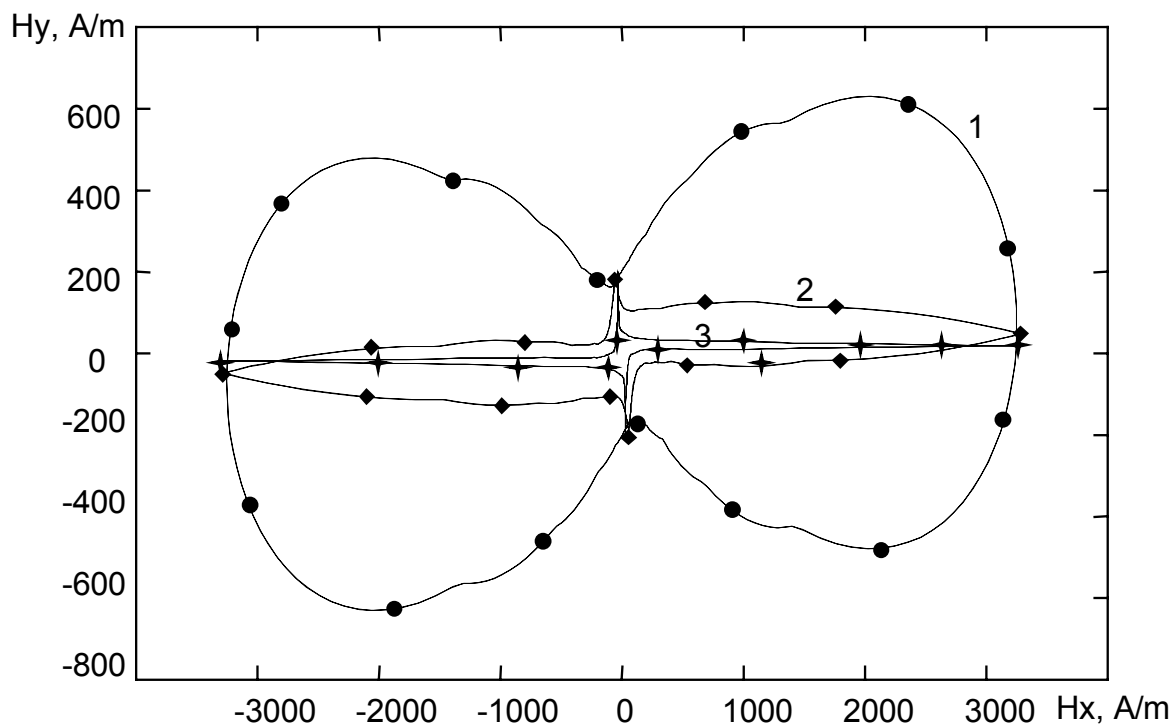


Abb. 2 - Die Flussdichtekennlinie in einem gesättigte Verhalten der Stahlmagnetisierung ($B_{mx} = 1,5$ Tesla; $B_{my} = 1$ Tesla)

Authors:

Prof. Dr.-Ing. Alexander Tkatshev

Dr.-Ing. Sabir Safarov

Sudrussische Staatliche Technische Universitat (NPI)

Prosweshchenija Str. 132

Nowotscherkassk, Rostower Region 346428 Russland

Phone: +7-86352-55309, +7 -86352-55692, +7-918532-0372

E-mail: am@npi-tu.ru; safarov@bk.ru